LEIS DE KIRCHOFF

COMO VIMOS, ESTAMOS A ESTUDAR REDES ELÉTRICAS DE PARÂMETROS CONCENTRADOS, O QUE QUER DIZER QUE NÃO PRECISAMOS DE USAR AS EQUAÇÕES DE MAXWELL. BASTAM-NOS APENAS AS LEIS DE KIRCHOFF.

ESTAS LEIS:

1 - SÃO VÁLIDAS PARA <u>TODAS</u> AS REDES DE PARÂMETROS CONCENTRADOS.

2 - SÃO VÁLIDAS EM QUALQUER INSTANTE t, OU SEJA, SÃO EXPRESSAS POR EQUAÇÕES QUE ENVOLVAM OS VALORES INSTANTÂNEOS DAS TENSÕES E DAS CORRENTES.

3 - SÃO LEIS DE CONSERVAÇÃO.

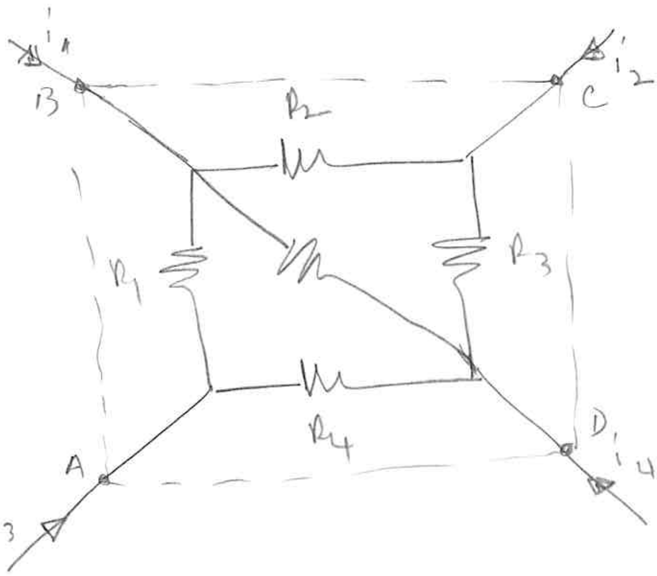
LEI DAS CORRENTES

A SOMA DAS CORRENTES QUE ATRAVESSA UMA QUALQUER SUPERFÍCIE FECHADA É NULA.

(CONSERVAÇÃO DA CARGA)

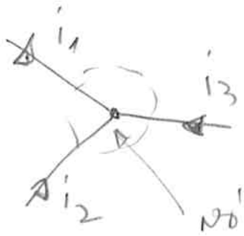
$$\sum i = 0$$ (CONSIDERO POSITIVAS AS CORRENTES QUE ENTRAM E NEGATIVAS AS QUE SAEM)

EXEMPLO :



$$\sum i = i_1 + i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

CASO PARTICULAR :



NÓ DA MALHA

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$\boxed{\text{LEI DOS NÓS}}$

LEI DAS TENSÕES :

A SOMA DAS TENSÕES AO LONGO DE UM CAMINHO FECHADO É NULA

$$V_{AB} + V_{BC} + V_{CD} + V_{DE} = 0$$

TENSÃO ≡ INTEGRAL DO CAMPO ELÉCTRICO AO LONGO DO CAMINHO ENTRE DOIS PONTOS

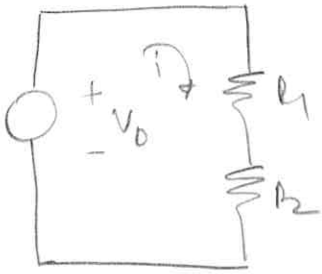
LEI DAS TENSÕES ⟺ CAMPO ELÉCTRICO É CONSERVATIVO

CASO PARTICULAR : LEI DAS MALHAS

MALHA ≡ CAMINHO FECHADO QUE NÃO CONTÉM ELEMENTOS DE CIRCUITO NO SEU INTERIOR

CONSEQUÊNCIAS DAS LEIS DE KIRCHOFF

(1) RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DE UMA ASSOCIAÇÃO EM SÉRIE DE DUAS RESISTÊNCIAS



LEI DAS MALHAS:

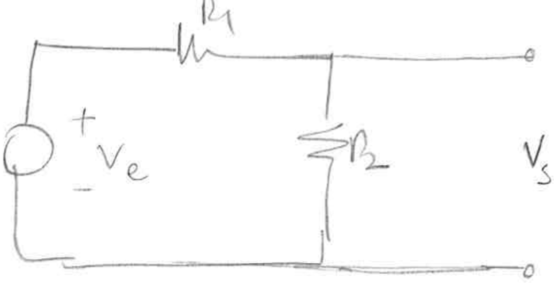
$$V_0 - iR_1 - iR_2 = 0$$

$$V_0 = (R_1 + R_2)\, i$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2}$$

ESTE CIRCUITO COSTUMA DENOMINAR-SE DIVISOR RESISTIVO OU POTENCIOMÉTRICO:

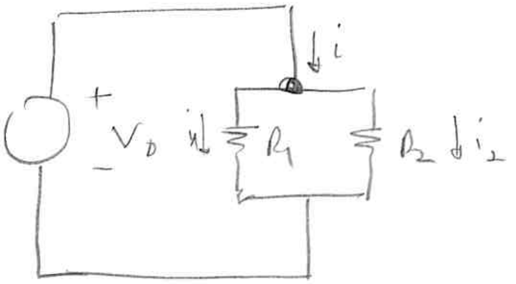


$$V_s = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0$$

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA (OU GANHO EM TENSÃO DO CIRCUITO)

$$V_s = f(V_e) \equiv \frac{R_2}{R_1 + R_2} \begin{cases} \sim 0 & \text{se } R_1 \gg R_2 \\ \sim 1 & \text{se } R_1 \ll R_2 \end{cases}$$

2) RESISTÊNCIA EQUIVALENTE DE UMA ASSOCIAÇÃO EM PARALELO DE DUAS RESISTÊNCIAS



$$i - i_1 - i_2 = 0$$

$$i = i_1 + i_2$$

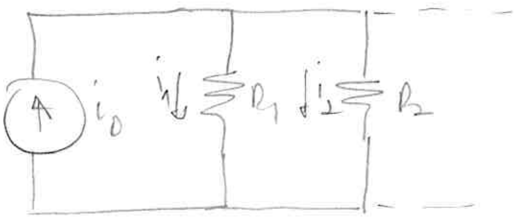
$$i = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{V_0}{R_1} + \frac{V_0}{R_2} = V_0\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

ou seja:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$\left(R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)$$

ESTE CIRCUITO COSTUMA DENOMINAR-SE DIVISOR DE CORRENTE!



$$V = i_0 \times \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)}$$

$$\Downarrow$$

$$i_1 = \frac{V}{R_1} = i_0 \frac{R_2}{(R_1 + R_2)}$$

$$i_2 = \frac{V}{R_2} = i_0 \frac{R_1}{(R_1 + R_2)}$$

NOTAR A SEMELHANÇA DAS EXPRESSÕES COM O DIVISOR RESISTIVO

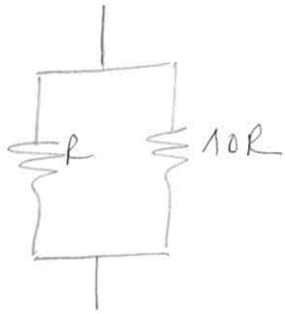
É MUITO IMPORTANTE QUE SE HABITUEM A IDENTIFICAR ESTES DOIS CIRCUITOS DIVISORES QUANDO OLHAM PARA UM ESQUEMA, PORQUE ISSO AJUDA MUITO A ENCONTRAR O CAMINHO MAIS SIMPLES PARA RESOLVER PROBLEMAS!

MAIS DO QUE ISSO, É TAMBÉM IMPORTANTE QUE SEJAM SENSÍVEIS ÀS ORDENS DE GRANDEZA.

IMPORTANTE:

$> 10R$ MAS $\simeq 10R$

E



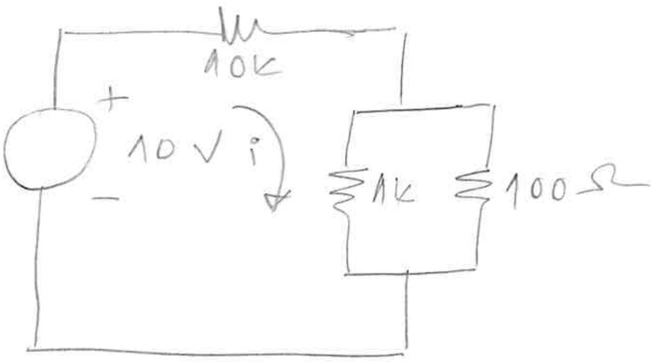
$< R$ MAS $\simeq R$

ISTO NÃO QUER DIZER QUE NESTA CADEIRA SEJA TUDO MAIS OU MENOS!

MAS QUER DIZER QUE TER ATENÇÃO ÀS ORDENS DE GRANDEZA É MUITO IMPORTANTE PARA PODERMOS SER CRÍTICOS EM RELAÇÃO AOS RESULTADOS QUE OBTEMOS

VEJAMOS UM EXEMPLO:

VAMOS SUPOR QUE QUERO CALCULAR A CORRENTE i QUE CIRCULA NESTA MALHA:



SIMPLESMENTE OLHANDO PARA LÁ E APLICANDO AS APROXIMAÇÕES QUE FIZEMOS ANTES PODEMOS DIZER IMEDIATAMENTE:

$$i \simeq \frac{10\,V}{10\,k\Omega} \simeq 1\,mA$$

FAÇAMOS AS CONTAS:

$$R_{eq} = 10K + \left(1K \,\|\, 100\Omega\right) = 10091\,\Omega$$

$$\left(\frac{100 \times 1000}{100 + 1000} = 91\,\Omega \right)$$

OU SEJA:

$$i = \frac{10\,V}{10091\,\Omega} = 0,99\,mA \quad !$$

MAIS: QUANDO FOREM PARA O LABORATÓRIO E AGARRAREM NUMA RESISTÊNCIA DE VALOR NOMINAL DE 10KΩ, NÃO DEVEM ESQUECER QUE ELA TEM, PELO MENOS, UMA TOLERÂNCIA DE 1%.

ISTO QUER DIZER QUE O FABRICANTE SÓ GARANTE QUE A RESISTÊNCIA QUE TIVEREM NA MÃO TEM UM VALOR ENTRE OS 9900Ω E OS 10100Ω!

VAMOS AGORA FALAR DE TRÊS TEOREMAS IMPORTANTES:

- TEOREMA DE THÉVENIN
- TEOREMA DE NORTON
- PRINCÍPIO DA SOBREPOSIÇÃO

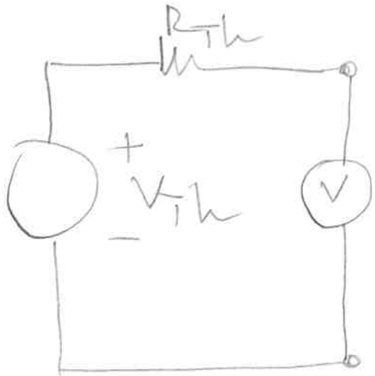
COMECEMOS PELOS TEOREMAS DE THÉVENIN E DE NORTON. O QUE ESTES TEOREMAS NOS DIZEM É QUE QUALQUER CIRCUITO DE DOIS TERMINAIS, QUE APENAS CONTENHA ELEMENTOS LINEARES, PODE SER REPRESENTADO POR CIRCUITOS EQUIVALENTES CONTENDO APENAS UMA FONTE DE ALIMENTAÇÃO E UMA RESISTÊNCIA:

QUESTÃO: PARA UM DADO CIRCUITO, COMO PODEMOS ENCONTRAR OS PARÂMETROS DE THÉVENIN (V_{Th}, R_{Th}) E OS DE NORTON (i_N, R_N)?

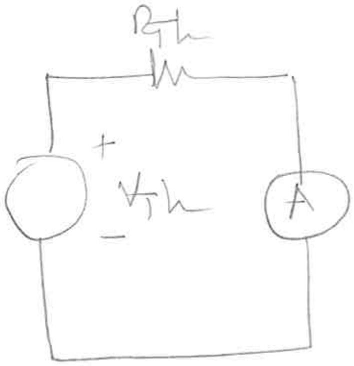
PARA RESPONDER A ESTA QUESTÃO VOU IMAGINAR O QUE ACONTECE EM DUAS SITUAÇÕES LIMITE:

1. – SAÍDA EM CIRCUITO ABERTO ($i_S = 0$)
2. – SAÍDA EM CURTO-CIRCUITO ($V_S = 0$)

COMECEMOS POR ANALISAR O CASO DO EQUIVALENTE DE THÉVENIN.



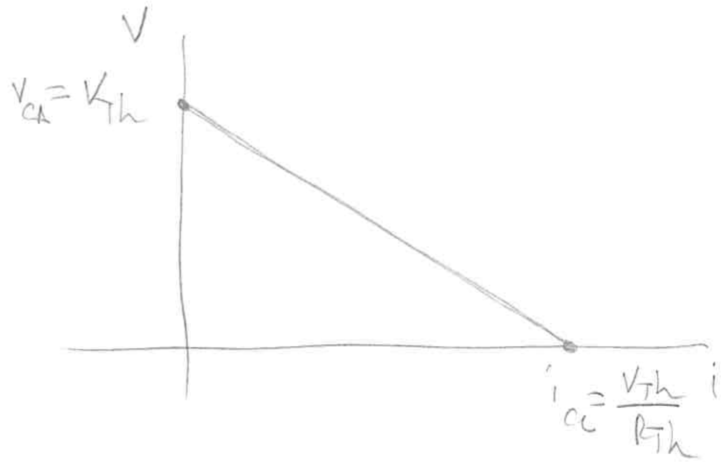
$V = V_{CA} = V_{Th}$ (PORQUÊ?)



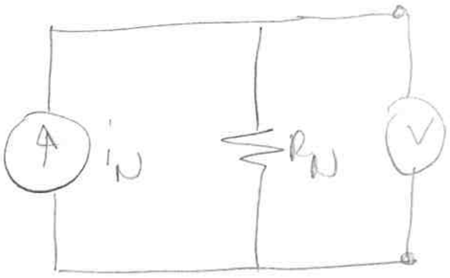
$i = i_{cc} = V_{Th}/R_{Th}$ (PORQUÊ?)

CONCLUIMOS ENTÃO QUE:

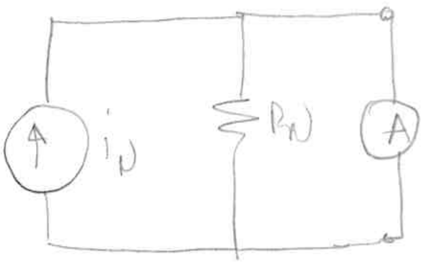
$$\begin{cases} V_{Th} = V_{CA} \\ R_{Th} = \dfrac{V_{Th}}{i_{cc}} = \dfrac{V_{CA}}{i_{cc}} \end{cases}$$



FAÇAMOS AGORA A MESMA ANÁLISE COM O EQUIVALENTE DE NORTON



$V_{CA} = i_N \times R_N$



$i_{cc} = i_N$

$$\begin{cases} i_N = i_{cc} \quad \left(= V_{Th}/R_{Th}\right) \\ R_N = \dfrac{V_{CA}}{i_N} = \dfrac{V_{CA}}{i_{cc}} \quad \left(\text{CONCLUÍMOS QUE } R_N = R_{Th}\right) \end{cases}$$

JÁ SABEMOS COMO PODEMOS MEDIR (<u>EXPERIMENTALMENTE</u>) EQUIVALENTES DE THÉVENIN E DE NORTON, SÓ PRECISAMOS DE TER UM VOLTÍMETRO (<u>IDEAL</u>!) E UM AMPERÍMETRO (<u>IDEAL</u>!), E DEPOIS BASTA MEDIR A TENSÃO DE CIRCUITO ABERTO (V_{CA}), A CORRENTE DE CURTO-CIRCUITO (i_{cc}) E FAZER AS CONTAS!

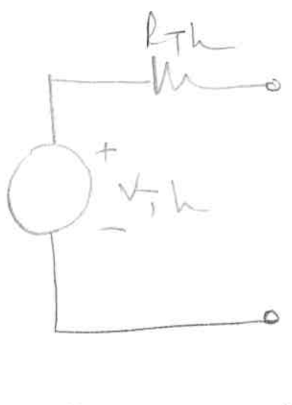
E COMO POSSO CALCULAR OS EQUIVALENTES DE THÉVENIN (OU DE NORTON) DE UM CIRCUITO SEM IR PARA O LABORATÓRIO?

1. PRECISO DE CALCULAR A TENSÃO DE SAÍDA EM CIRCUITO ABERTO (OU A CORRENTE DE SAÍDA EM CURTO-CIRCUITO)

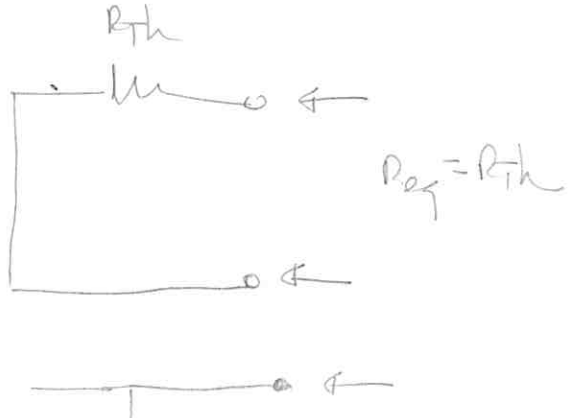
2. PRECISO DE CALCULAR $R_{Th} = R_N$

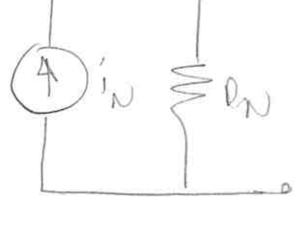
O QUE NOS DIZ O TEOREMA DE THÉVENIN (NORTON) É QUE A RESISTÊNCIA DE THÉVENIN (NORTON) É A RESISTÊNCIA QUE "VEMOS" ENTRE OS DOIS TERMINAIS DE SAÍDA, DEPOIS DE SUBSTITUIR AS FONTES DE ALIMENTAÇÃO PELA SUA RESISTÊNCIA INTERNA.

VAMOS COMEÇAR POR VERIFICAR QUE ESTE MÉTODO FUNCIONA SE OLHARMOS PARA OS CIRCUITOS EQUIVALENTES.



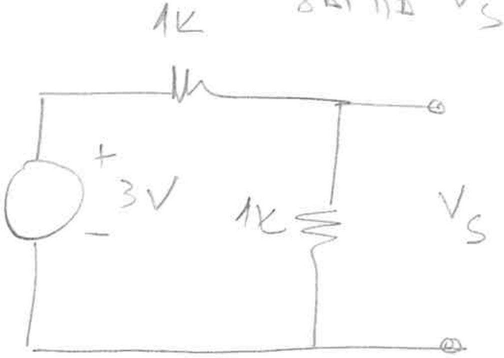
SUBSTITUINDO A FONTE PELA SUA RESISTÊNCIA INTERNA...





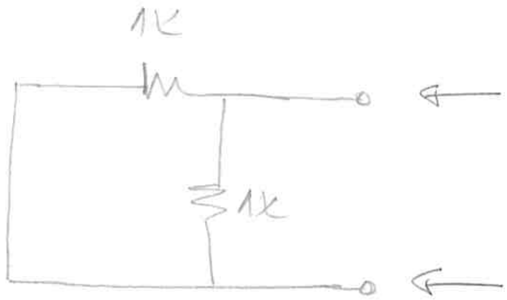
"

EXEMPLO: CALCULAR O EQUIVALENTE DE THÉVENIN DO CIRCUITO SEGUINTE EM RELAÇÃO À SAÍDA V_S



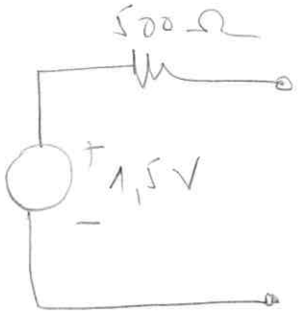
$$V_{Th} = V_S = \frac{1K}{1K + 1K} \times 3V = 1.5V$$

PARA ENCONTRAR R_{Th}, VOU COMEÇAR POR SUBSTITUIR A FONTE DE ALIMENTAÇÃO PELA SUA RESISTÊNCIA INTERNA:

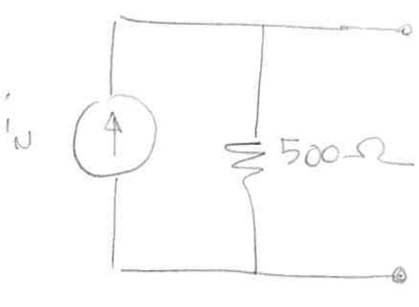


$$R_{eq} = 1K \| 1K = 500\Omega$$

CONCLUIMOS QUE O EQUIVALENTE DE THÉVENIN É:



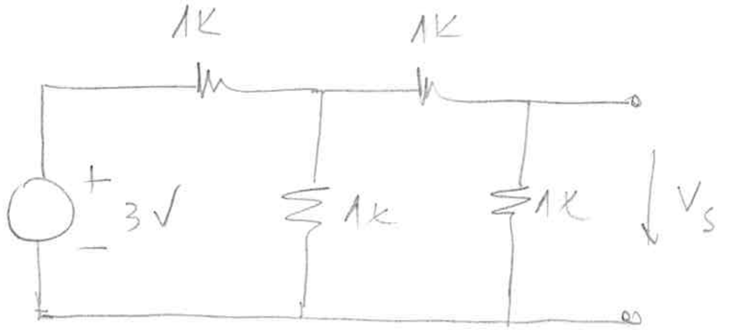
E O EQUIVALENTE DE NORTON?



$$i_N = \frac{V_{Th}}{R_{Th}} = \frac{1.5V}{0.5k\Omega} = 3mA$$

$$R_N = R_{Th}$$

É CLARO QUE PODEMOS COMPLICAR UM POUCO!



EQUIVALENTE DE THÉVENIN?

HÁ MUITAS MANEIRAS DE FAZER AS CONTAS, TODAS IGUALMENTE VÁLIDAS DESDE QUE NÃO HAJA ENGANOS.

EU GOSTO DE OLHAR PARA O CIRCUITO E PENSAR NA MELHOR ESTRATÉGIA A USAR IDENTIFICANDO BLOCOS QUE ME PERMITAM USAR O QUE JÁ CONHEÇO BEM: OS CIRCUITOS DIVISORES (DE TENSÃO E CORRENTE).

SUGESTÕES ?

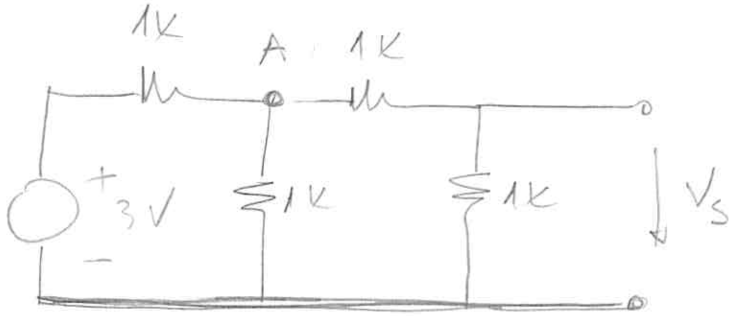
PODEMOS PENSAR EM CIRCUITOS DIVISORES DE TENSÃO...

PODEMOS PENSAR EM CIRCUITOS DIVISORES DE CORRENTE...

O IMPORTANTE É PENSAR NUMA LÓGICA COERENTE E APLICÁ-LA ATÉ AO FIM!

OLHAR PARA O CIRCUITO, DEFINIR UMA ESTRATÉGIA, E APLICAR SEM CONFUSÕES!

EXEMPLO: VOU UTILIZAR O QUE SEI SOBRE O CIRCUITO DIVISOR DE TENSÃO

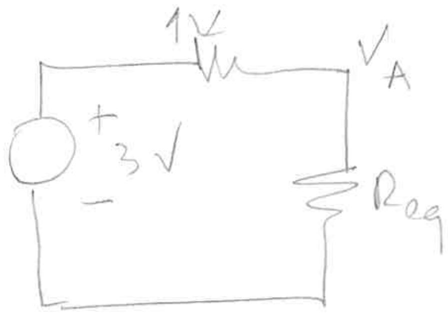


(O TERMINAL - DA FONTE É A MINHA TENSÃO DE REFERÊNCIA, OU SEJA, POSSO SEMPRE DIZER QUE É O PONTO (OU A LINHA) V = 0)

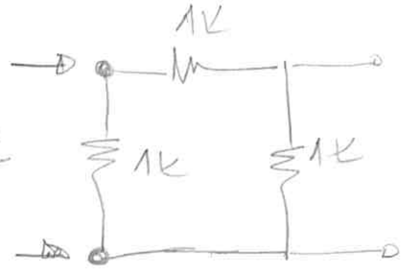
ESTRATÉGIA:

1 - V_S É A DIVISÃO POTENCIOMÉTRICA DA TENSÃO NO PONTO A ENTRE DUAS RESISTÊNCIAS IGUAIS DE 1K $\Rightarrow V_S = \frac{1}{2} V_A$

2 - V_A É A DIVISÃO POTENCIOMÉTRICA DA TENSÃO DA FONTE (3V) ENTRE UMA RESISTÊNCIA DE 1K E UMA RESISTÊNCIA EQUIVALENTE QUE REPRESENTA AS OUTRAS RESISTÊNCIAS.



$R_{eq} \equiv$



$R_{eq} = ?$

$$R_{eq} = 1k \parallel (1k + 1k) = 1k \parallel 2k =$$

$$= \frac{1 \times 2}{1+2}\ k\Omega \simeq 660\ \Omega$$

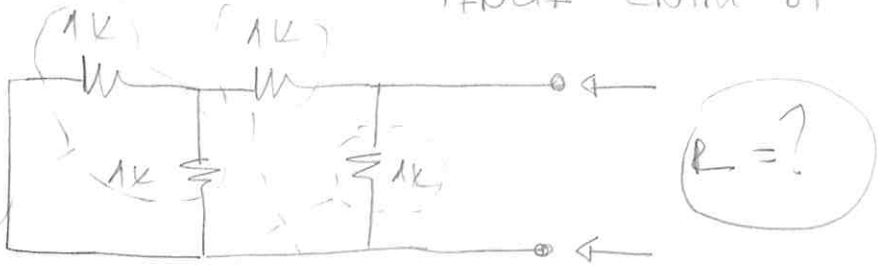
ENTÃO:

$$V_A = \frac{660\ \Omega}{1k + 660\ \Omega} \times 3V \simeq 1.2\ V$$

OU SEJA

$$V_S = \frac{1}{2} V_A \simeq 0.6\ V$$

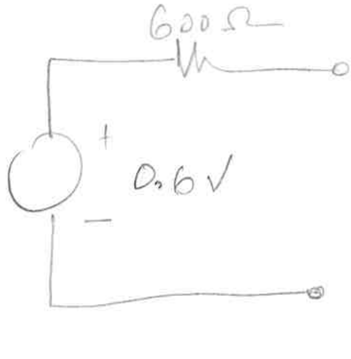
FALTA-NOS AGORA CALCULAR R_{Th}. VAMOS REDESENHAR O CIRCUITO SUBSTITUINDO A FONTE DE ALIMENTAÇÃO PELA SUA RESISTÊNCIA INTERNA, E DEPOIS VER QUAL É A RESISTÊNCIA ENTRE OS TERMINAIS DE SAÍDA.



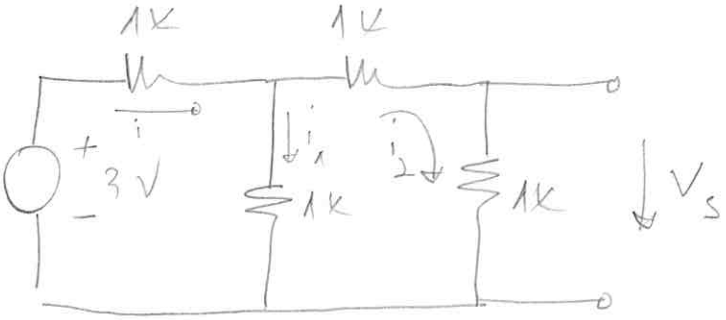
$$R_{Th} = 1k \parallel \big(1k + \underbrace{1k \parallel 1k}_{0,5k}\big) = 1k \parallel 1,5k = \frac{1k \times 1,5k}{1k + 1,5k} =$$

$$\simeq 0.6k = 600\ \Omega$$

O MEU EQUIVALENTE DE THÉVENIN SERÁ ENTÃO:



ENTÃO E SE EU QUISER USAR O CIRCUITO DIVISOR DE CORRENTE PARA CALCULAR O VALOR DE V_S?



$$V_S = i_2 \times 1K$$

$$i_2 = \frac{1K}{1K + (1K + 1K)}\, i = \frac{1}{3} i$$

$$i = \frac{3V}{R_{eq}} \qquad R_{eq} = 1K + \underbrace{1K \,\|\, (1K + 1K)}_{660\,\Omega} =$$

(CALCULADO ATRÁS)

$$= 1{,}66K$$

$$i = \frac{3V}{1{,}66K} \simeq 1.8\,mA$$

$$i_2 = \frac{1.8\,mA}{3} \simeq 0.6\,mA \Rightarrow V_S = 0.6\,mA \times 1K = 0.6\,V$$

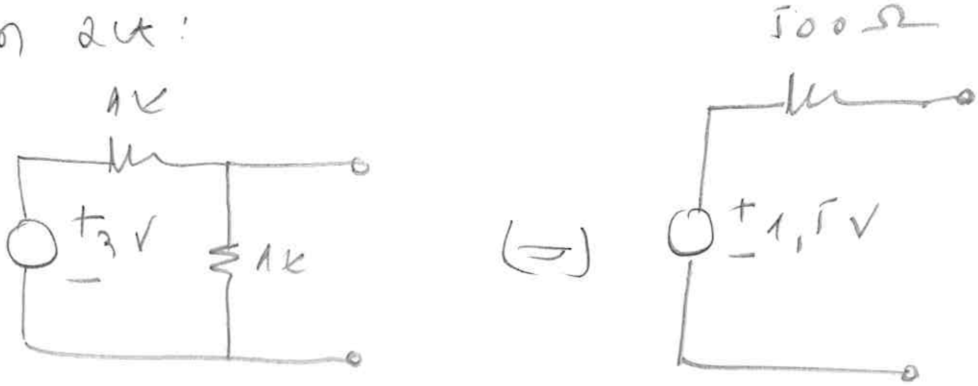
É CLARO QUE OBTENHO O MESMO RESULTADO!

CONCLUSÃO: A FORMA COMO CALCULO DEVE SER AQUELA QUE É MAIS INTUITIVA PARA MIM. SÓ NÃO ME POSSO ENGANAR NAS CONTAS!

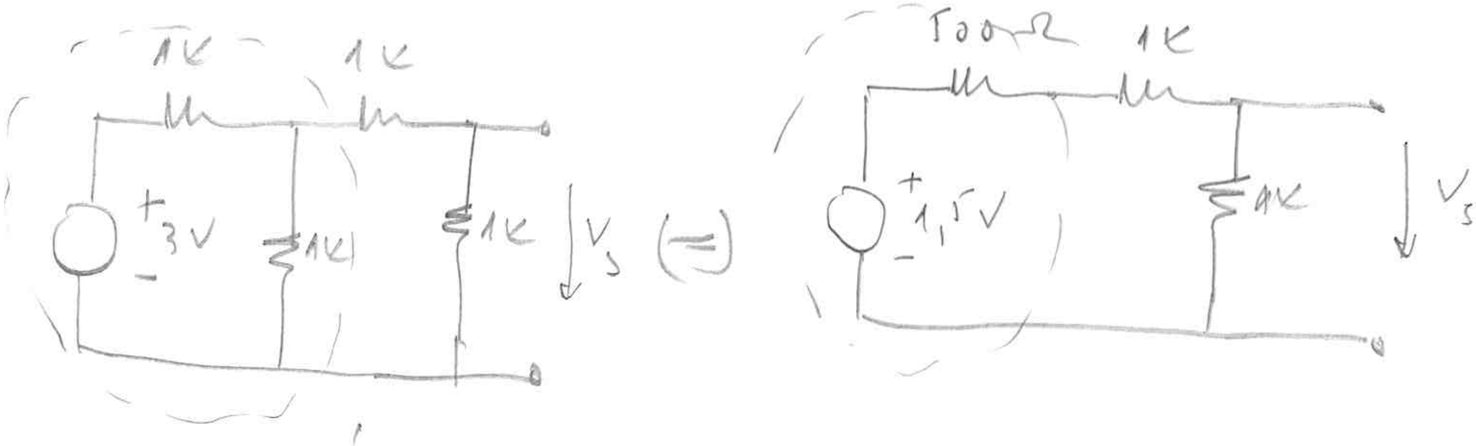
15a

Podíamos resolver este problema utilizando o teorema de Thévenin para simplificar o circuito.

Vimos que:



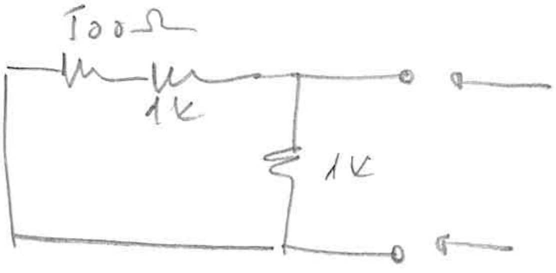
Isso quer dizer que o nosso circuito pode ser reescrito de uma forma mais simples:



Agora o cálculo de V_s seria direto

$$V_s = \frac{1k}{(500\Omega + 1k) + 1k} \times 1{,}5\,V = 0{,}6\,V$$

$$R_{Th} = 1k \,\|\, (1k + 0{,}5k) = \frac{1 \times 1.5}{1 + 1.5}\,k\Omega = 0.6\,k\Omega = 600\,\Omega$$



AUMENTANDO UM POUCO MAIS O GRAU DE COMPLICAÇÃO CHEGAMOS AO <u>TEOREMA DA SOBREPOSIÇÃO</u>.

NUMA REDE LINEAR, OU SEJA, <u>QUE APENAS INCLUI COMPONENTES LINEARES</u>, INCLUINDO VÁRIOS GERADORES INDEPENDENTES, A CORRENTE (OU TENSÃO) NUM RAMO (PONTO) PODE OBTER-SE SOMANDO AS CORRENTES (TENSÕES) PRODUZIDAS NESSE RAMO (PONTO) POR CADA UM DOS GERADORES ISOLADAMENTE, OU SEJA, QUANDO OS RESTANTES GERADORES SÃO ANULADOS (SUBSTITUÍDOS PELAS SUAS RESISTÊNCIAS INTERNAS).

<u>EXEMPLO</u>:

$$\begin{cases} i_{R_2} = ? \\ V_{R_1} = ? \end{cases}$$

<u>ATENÇÃO</u>: NUM CIRCUITO QUE TEM APENAS UMA FONTE DE ALIMENTAÇÃO SABEMOS QUE, NESSA FONTE, A CORRENTE CIRCULA DO (−) PARA O (+), CONTRARIAMENTE AO QUE ACONTECE NOS ELEMENTOS PASSIVOS. MAS SE HOUVER MAIS DO QUE UMA FONTE, NÃO SABEMOS!

NESTE CASO TEMOS DUAS FONTES, LOGO TEMOS QUE ENCONTRAR DUAS CONTRIBUIÇÕES. COMEÇAMOS POR REPRESENTAR ESTES DOIS CIRCUITOS.

$$i_1 = \frac{V_0}{R_1 + R_2}$$

(DIRIGIDA DE CIMA PARA BAIXO)

$$i_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\, i_0$$

(DIRIGIDA DE CIMA PARA BAIXO)

$$i_{R_2} = i_1 + i_2 = \frac{V_0}{(R_1 + R_2)} + \frac{R_1 i_0}{(R_1 + R_2)} = \frac{V_0 + R_1 i_0}{(R_1 + R_2)}$$

$$V_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_0$$

$(V_1 > 0)$

$$V_2 = R_2 i_2 = \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} i_0$$

$(V_2 > 0)$

$$V_{R_2} = V_1 + V_2 = \frac{R_2}{(R_1 + R_2)} V_0 + \frac{R_1 R_2}{(R_1 + R_2)} i_0 =$$

$$= \frac{R_2 V_0 + R_1 R_2 i_0}{(R_1 + R_2)} = R_2 \frac{(V_0 + R_1 i_0)}{(R_1 + R_2)} = R_2\, i_{R_2}$$

(COMO TINHA QUE SER!)

E SE A FONTE DE CORRENTE ESTIVESSE AO CONTRÁRIO ?

A TENSÃO V_2 SERIA NEGATIVA E A CORRENTE i_2 CIRCULARIA AO CONTRÁRIO, LOGO :

$$i_{R_2} = \frac{V_0 - R_1 i_0}{(R_1 + R_2)} \quad ; \quad V_{R_2} = R_2 \frac{(V_0 - R_1 i_0)}{(R_1 + R_2)}$$

SEJA QUAL FOR O CIRCUITO, O QUE HÁ A FAZER É SEMPRE A MESMA COISA !

AGORA É MUITO IMPORTANTE QUE FAÇAM MUITOS EXERCÍCIOS : INVENTEM CIRCUITOS, CALCULEM EQUIVALENTES DE THEVENIN E DE NORTON, E APLIQUEM O PRINCÍPIO DA SOBREPOSIÇÃO !